

УДК 331.28

© С. И. НЕСТЕРОВА<sup>1</sup>, Л. Н. БАЛЫКОВА<sup>2</sup>, 2022

<sup>1,2</sup> Самарский университет государственного управления  
«Международный институт рынка»  
(Университет «МИР»), Россия

E-mail <sup>1</sup>: nesvig@mail.ru

E-mail <sup>2</sup>: vasln@mail.ru

## МОДЕЛИРОВАНИЕ СРЕДНЕМЕСЯЧНОЙ НОМИНАЛЬНОЙ НАЧИСЛЕННОЙ ЗАРАБОТНОЙ ПЛАТЫ РАБОТНИКОВ В РОССИИ

*В статье представлены результаты исследования среднемесячной номинальной начисленной зарплаты по полному кругу организаций в целом по экономике Российской Федерации. Выполнена оценка динамики изменения рассматриваемого показателя за 2018-2021гг., рассчитана автокорреляция уровней временного ряда, выявлена его структура. Выполнено аддитивное и мультипликативное моделирование временного ряда с оценкой параметров. Построена модель регрессии с включением фактора времени и фиктивных переменных. При оценке качества моделей были рассчитаны ошибки прогнозов, показатели тесноты силы связи, уровня значимости уравнения регрессии в целом и отдельных его параметров. По результатам исследования получен надежный инструмент прогнозирования номинальной зарплаты, позволяющий определить ее конкретные прогнозные поквартальные значения на 2022 год.*

**Ключевые слова:** заработная плата, прогнозирование, временной ряд, модель, аддитивная модель, мультипликативная модель, скользящая средняя, регрессия, фиктивная переменная.

В соответствии с Указом Президента от 07.05.2018 г. № 204 «О Национальных целях и стратегических задачах развития Российской Федерации до 2024 года» для повышения уровня жизни граждан в качестве национальных целей развития Российской Федерации названы в том числе обеспечение устойчивого роста реальных доходов граждан и уровня пенсионного обеспечения выше уровня инфляции, а также снижение в 2 раза уровня бедности в стране [6]. При определении уровня жизни обычно исходят из синонимичности понятий «уровень жизни» и «уровень благосостояния», которые определяют степень удовлетворения человеческих потребностей массой всевозможных товаров и услуг. Оценка потока доходов населения является

лучшим вариантом формирования представления об уровне жизни людей в стране. При этом реальная заработная плата дает представление о покупательной способности зарплаты с учетом уровня цен и инфляции, а номинальная заработная плата показывает, какую денежную сумму получают люди за использование их труда. Росстат регулярно публикует информацию о среднемесячной номинальной заработной плате работников в Российской Федерации [7]. Понимание того, каким был за рассматриваемый отрезок времени уровень благосостояния граждан, достигнуты ли целевые показатели по преодолению бедности в стране, чрезвычайно важно и актуально [1, 2, 5].

Между тем предоставляемые Росстатом данные не дают представления о перспективном уровне жизни в стране, хотя данная информация необходима, например, для разработки механизмов социальной поддержки людей и формирования источников их финансирования. Кроме того, оценка будущих значений номинальной зарплаты по полному кругу организаций в целом по экономике Российской Федерации позволит сформировать некий бенчмарк (ориентир, норматив, эталон) этого показателя, на основе которого можно в том числе оценивать соответствующие региональные уровни, что может стать полезным при определении направлений федеральной поддержки регионов и оценке их конкурентоспособности [4]. То есть практическая значимость такого прогноза и его востребованность представителями госслужбы неоспорима. При этом необходимо подобрать такую методику прогнозирования, которая легка в использовании, учитывает композиционность исходного временного ряда (присутствие тренда, сезонности, случайности и прочих компонентов) и дает минимальные искажения (ошибки) [3].

Все сказанное позволяет сделать вывод о том, что моделирование среднемесячной номинальной заработной платы работников в России — необходимая, востребованная и актуальная тема исследования.

В связи с этим *цель работы* — построение экономико-математических моделей временного ряда для прогнозирования среднемесячной номинальной начисленной заработной платы работников по полному кругу организаций в целом по экономике Российской Федерации.

Для реализации указанной цели поставлены следующие задачи:

1) изучить динамику изменения среднемесячной номинальной начисленной заработной платы работников по полному кругу организаций в целом по экономике Российской Федерации по дан-

ным Росстата;

2) оценить автокорреляцию уровней временного ряда и выявить его структуру;

3) построить аддитивную модель временного ряда;

4) выполнить оценку параметров мультипликативной модели временного ряда;

5) построить модель регрессии с включением фактора времени и фиктивных переменных;

6) оценить качество полученных моделей;

7) найти поквартальные прогнозные значения среднемесячной номинальной начисленной заработной платы работников по полному кругу организаций в целом по экономике Российской Федерации на 2022 г.

*Объектом данного исследования* выступают методы моделирования одномерных временных рядов социально-экономических показателей, *предметом исследования* является динамика изменения среднемесячной номинальной начисленной заработной платы работников по полному кругу организаций в целом по экономике Российской Федерации.

В целях моделирования тенденции временного ряда построим аналитическую функцию, характеризующую зависимость уровней ряда среднемесячной номинальной начисленной заработной платы работников по полному кругу организаций в целом по экономике Российской Федерации от времени, иными словами, проведем аналитическое выравнивание временного ряда.

В эконометрических исследованиях используется несколько методов определения тенденции. К наиболее применяемым способам относятся качественный анализ исследуемого процесса, построение и визуальный анализ графика зависимости уровней ряда от времени, оценка нескольких показателей динамики или коэффициентов автокорреляции уровней ряда.

Для дальнейшего анализа были рассчитаны коэффициенты автокорреляции по уровням ряда и их логарифмам (табл. 1).

Таблица 1

**Автокорреляционная функция временного ряда среднемесячной номинальной начисленной заработной платы в России**

Лаг	Автокорреляционная функция	
	по уровням ряда	по логарифмам уровней ряда
1	0,650	0,657
2	0,957	0,961

Окончание табл. 1

3	0,559	0,565
4	0,985	0,984
5	0,430	0,437
6	0,912	0,922
7	0,326	0,328
8	0,982	0,982

Полученные значения позволяют сделать несколько выводов.

Во-первых, в изучаемом временном ряде имеется тенденция. Примерно равные значения коэффициентов автокорреляции по уровням ряда и по их логарифмам говорят о том, что, если ряд содержит нелинейную тенденцию, она выражена в неявной форме. Соответственно, для моделирования тенденции в изменении размеров среднемесячной номинальной начисленной заработной платы можно использовать как линейную, так и нелинейную функцию.

Во-вторых, в исследуемом временном ряде имеются сезонные колебания. Аналогичный вывод можно сделать, выполнив графический анализ структуры ряда (рис. 1).

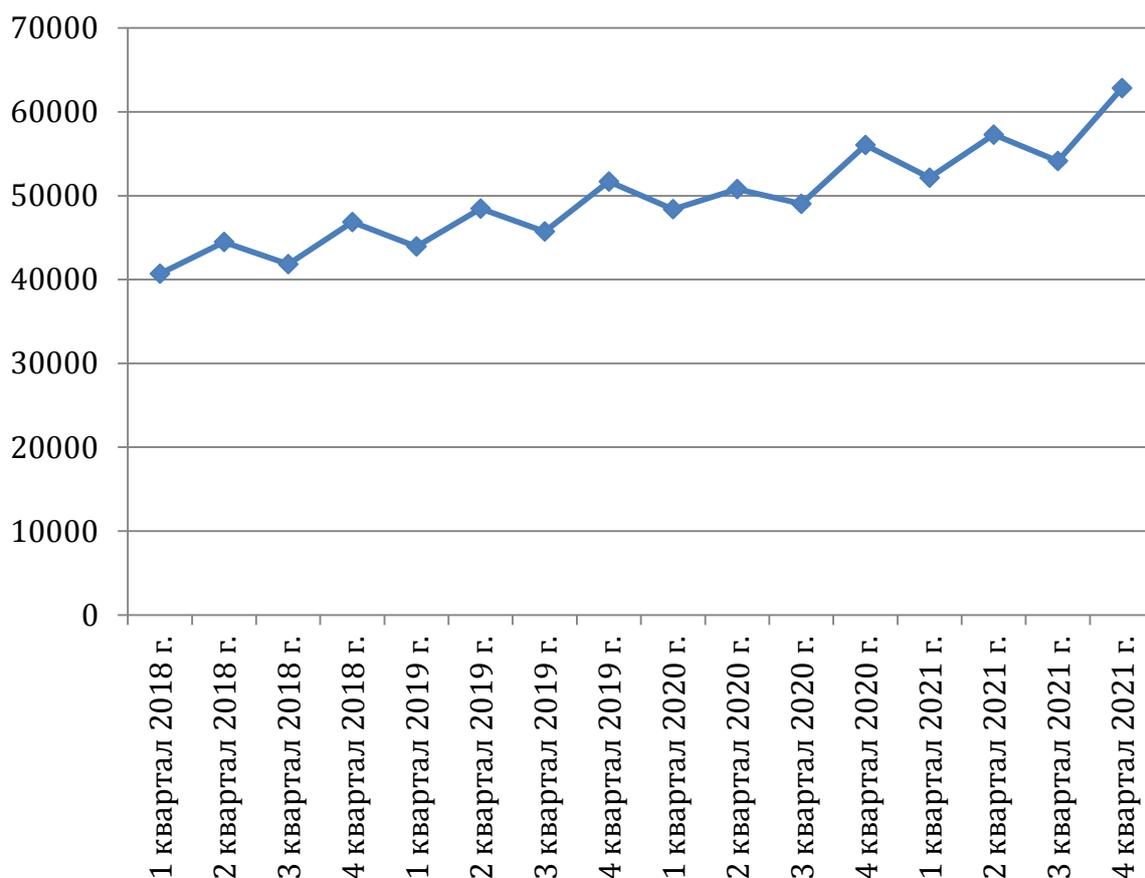


Рис. 1. Среднемесячная номинальная начисленная заработная плата работников по полному кругу организаций в целом по экономике Российской Федерации, руб.

Построим аддитивную модель временного ряда, в которой значения сезонной компоненты предположим постоянными для различных циклов.

На первом этапе проведем выравнивание исходных уровней ряда методом скользящей средней, для этого:

1) выполним суммирование уровней ряда последовательно за каждые четыре квартала со смещением на 1 период и определим условные значения среднемесячной заработной платы;

2) рассчитаем скользящие средние, разделив полученные значения на количество кварталов в году;

3) определим центрированные скользящие средние, для чего найдем средние арифметические значения по каждой паре из двух соседних скользящих средних.

Таблица 2

**Оценка сезонной компоненты в аддитивной модели среднемесячной номинальной начисленной заработной платы в России, руб.**

Номер квартала, $t$	Заработная плата, $Y_t$	Итого за 4 квартала	Скользящая средняя за 4 квартала	Центрированная скользящая средняя	Оценка сезонной компоненты
1	40691	-	-	-	-
2	44477	173848	43462	-	-
3	41830	177101	44275	43869	-2039
4	46850	181077	45269	44772	2078
5	43944	184973	46243	45756	-1812
6	48453	189807	47452	46848	1606
7	45726	194253	48563	48008	-2282
8	51684	196584	49146	48855	2829
9	48390	199879	49970	49558	-1168
10	50784	204239	51060	50515	269
11	49021	207992	51998	51529	-2508
12	56044	214483	53621	52809	3235
13	52143	219595	54899	54260	-2117
14	57275	226379	56595	55747	1528
15	54133	-	-	-	-
16	62828	-	-	-	-

На втором этапе получим оценки сезонной компоненты, вычитая из фактических значений среднемесячной номинальной заработной платы центрированные скользящие средние. Данные ре-

зультаты используются для расчета значений сезонной компоненты в таблице 3.

Таблица 3

**Расчет значений сезонной компоненты  
в аддитивной модели среднемесячной номинальной  
начисленной заработной платы в России, руб.**

Показатель	Год	Номер квартала			
		1	2	3	4
	1	-	-	-2039	2078
	2	-1812	1606	-2282	2829
	3	-1168	269	-2508	3235
	4	-2117	1528	-	-
Итого за $i$ -й квартал	x	-5097	3403	-6828	8142
Средняя оценка сезонной компоненты для $i$ -ого квартала $\bar{S}_i$	x	-1699	1134	-2276	2714
Скорректированная сезонная компонента, $S_i$	x	-1667	1166	-2244	2746

Корректирующий коэффициент  $k$  определяем как частное от деления суммы средних оценок сезонной компоненты  $\bar{S}_i$  на 4. Скорректированная сезонная компонента вычисляется как разница между  $\bar{S}_i$  и  $k$ . Если значения  $S_i$  найдены верно, то их сумма должна быть равна 0. Осуществляем проверку:

$$-1699 + 1134 + (-2276) + 2714 = 0.$$

На третьем этапе избавим уровни ряда от влияния сезонности, для чего из  $y_t$  вычтем  $S_i$ . Результат запишем в столбец 4 таблицы 4.

Таблица 4

**Расчет выравненных значений  $T$  и ошибок  $E$   
в аддитивной модели среднемесячной номинальной  
начисленной заработной платы в России**

$t$	$y_t$	$S_i$	$T + E = y_t - S_i$	$T$	$T + S$	$E = y_t - (T + S)$	$E^2$	$(y_t - \bar{y})^2$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	40691	-1667	42358	41533	39866	825	681092	80121520
2	44477	1166	43311	42614	43780	697	485506	26677871
3	41830	-2244	44074	43695	41451	379	143571	61028321
4	46850	2746	44104	44777	47522	-672	451877	7795613

Окончание табл. 4

5	43944	-1667	45611	45858	44191	-247	60788	32467916
6	48453	1166	47287	46939	48105	348	121068	1413870
7	45726	-2244	47970	48020	45776	-50	2493	15335546
8	51684	2746	48938	49101	51847	-163	26586	4169509
9	48390	-1667	50057	50183	48515	-125	15722	1567661
10	50784	1166	49618	51264	52430	-1646	2708940	1304021
11	49021	-2244	51265	52345	50101	-1080	1165884	385719
12	56044	2746	53298	53426	56172	-128	16355	40984804
13	52143	-1667	53810	54508	52840	-697	486116	6254688
14	57275	1166	56109	55589	56755	520	270691	58261735
15	54133	-2244	56377	56670	54426	-293	85612	20168520
16	62828	2746	60082	57751	60497	2331	5434864	173868948
<i>Итого</i>							<i>12157163</i>	<i>531806259</i>

На четвертом этапе определим компоненту  $T$  аддитивной модели временного ряда среднемесячной заработной платы. Для этого построим линейное уравнение регрессии ряда  $(T + E)$  от периода времени  $t$ . Используя пакет анализа MS Excel, находим следующий тренд:

$$T = 40451,79 + 1081,21t.$$

Подставив в данное уравнение вместо  $t$  номера кварталов (1, ..., 16), рассчитываем все уровни  $T$  для колонки 5 таблицы 4.

Заметим, что полученный тренд имеет отличные статистические характеристики: коэффициент детерминации составляет 0,9703;  $F$ -критерий – 457,71;  $t$ -критерий Стьюдента для константы – 82,78, для коэффициента регрессии – 21,39.

На пятом этапе находим модельные значения уровней ряда с учетом сезонных колебаний, для чего к каждому значению из колонки 5 добавляем соответствующие значения колонки 3.

Шестой этап. Проводим оценку ошибки модели, для чего находим разницу между фактическими и модельными данными. Определив суммы значений по последним двум колонкам, рассчитываем коэффициент детерминации:

$$R^2 = 1 - \frac{E^2}{(y_t - \bar{y})^2} = 1 - 12157163 / 531806259 = 0,9771.$$

Величина коэффициента детерминации позволяет заключить, что полученная аддитивная модель объясняет 97,71% общей вариации уровней временного ряда среднемесячной заработной платы за последние 4 года (16 кварталов). Средняя ошибка аппроксими-

мации составляет 1,35%, что также говорит о хорошем качестве модели.

Попробуем улучшить качество прогноза, воспользовавшись мультипликативной моделью. Выравнивание исходных уровней ряда также проведем с помощью метода скользящей средней. Поскольку расчет центрированной скользящей средней производится в данном случае аналогично аддитивной модели, данный этап опустим.

Оценка сезонной компоненты в таблице 5 представляет собой результат деления фактических значений заработной платы на центрированные скользящие средние. Взаимопогашаемость сезонных влияний в мультипликативной модели проявляется в том, что сумма значений сезонной компоненты по всем кварталам должна равняться количеству моментов времени в цикле, т.е. в нашем случае 4. Отсюда корректирующий коэффициент равен:

$$k = 4 / (0,966 + 1,022 + 0,952 + 1,055) = 1,001.$$

Скорректированная сезонная компонента определяется как результат умножения средней оценки сезонной компоненты на корректирующий коэффициент. Проверяем условие равенства суммы всех скорректированных компонент четырем:

$$0,967 + 1,023 + 0,953 + 1,056 = 4.$$

Таблица 5

**Расчет значений сезонной компоненты  
в мультипликативной модели среднемесячной  
номинальной начисленной заработной платы в России**

Показатель	Год	Номер квартала			
		1	2	3	4
	1	-	-	0,954	1,046
	2	0,960	1,034	0,952	1,058
	3	0,976	1,005	0,951	1,061
	4	0,961	1,027	-	-
Итого за <i>i</i> -й квартал	x	2,898	3,067	2,857	3,166
Средняя оценка сезонной компоненты для <i>i</i> -ого квартала $\bar{S}_i$	x	0,966	1,022	0,952	1,055
Скорректированная сезонная компонента, $S_i$	x	0,967	1,023	0,953	1,056

Каждый уровень исходного ряда разделим на соответствующие значения скорректированной сезонной компоненты и результаты запишем в колонку 4 таблицы 6.

**Расчет выравненных значений  $T$  и ошибок  $E$   
в мультипликативной модели среднемесячной  
номинальной начисленной заработной платы в России**

$t$	$y_t$	$S_i$	$T * E = y_t / S_i$	$T$	$T * S$	$E = y_t / (T * S)$	$E^2$	$(y_t - \bar{y})^2$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	40691	0,967	42083	41525	40151	1,013	291120	80121520
2	44477	1,023	43461	42603	43599	1,020	770935	26677871
3	41830	0,953	43874	43681	41646	1,004	33850	61028321
4	46850	1,056	44354	44759	47277	0,991	182496	7795613
5	43944	0,967	45447	45837	44321	0,992	141827	32467916
6	48453	1,023	47346	46915	48012	1,009	194872	1413870
7	45726	0,953	47960	47992	45757	0,999	957	15335546
8	51684	1,056	48931	49070	51832	0,997	21779	4169509
9	48390	0,967	50045	50148	48490	0,998	9951	1567661
10	50784	1,023	49624	51226	52424	0,969	2690069	1304021
11	49021	0,953	51416	52304	49868	0,983	717149	385719
12	56044	1,056	53058	53382	56386	0,994	116937	40984804
13	52143	0,967	53927	54460	52659	0,990	266164	6254688
14	57275	1,023	55966	55538	56837	1,008	192082	58261735
15	54133	0,953	56778	56616	53979	1,003	23789	20168520
16	62828	1,056	59481	57694	60940	1,031	3563248	173868948
<i>Итого</i>							9217226	531806259

Определим трендовую компоненту, для чего рассчитаем параметры уравнения, используя уровни ( $T * E$ ). Полученное уравнение имеет вид:

$$T = 40446,87 + 1077,94t.$$

Рассчитанный тренд имеет следующие статистические характеристики: коэффициент детерминации составляет 0,9783;  $F$ -критерий – 630,84;  $t$ -критерий Стьюдента для константы – 97,46, для коэффициента регрессии – 25,12.

Подставляя в полученное уравнение регрессии номера кварталов, заполняем колонку 5 таблицы 6. Умножив уровни  $T$  на соответствующие значения сезонной компоненты, определяем уровни ряда по мультипликативной модели, результаты записываем в колонку 6 таблицы 6. Рассчитав ошибки модели, определяем коэффициент детерминации:

$$R^2 = 1 - 9217226 / 531806259 = 0,9827.$$

Средняя ошибка аппроксимации составляет 1,10%, что позволяет заключить, что мультипликативная модель для описания исходных уровней ряда подходит лучше, чем аддитивная.

Воспользуемся еще одним методом моделирования одномерных временных рядов и построим модель регрессии с включением фактора времени и фиктивных переменных. Правилами построения таких моделей предусматривается, что количество фиктивных переменных должно быть на единицу меньше, чем число моментов внутри одного цикла колебаний. Иными словами, в нашем случае необходимо ввести три фиктивные переменные. Каждая фиктивная переменная будет отражать сезонную компоненту временного ряда для какого-то одного периода. В этом периоде она будет равна единице, для всех остальных периодов – нулю. Матрица исходных данных для построения уравнения регрессии представлена в таблице 7.

Таблица 7

**Исходные данные для расчета параметров уравнения регрессии с фиктивными переменными по временному ряду среднемесячной номинальной начисленной заработной платы в России**

<i>t</i>	<i>x</i> <sub>1</sub>	<i>x</i> <sub>2</sub>	<i>x</i> <sub>3</sub>	<i>y</i>
1	1	0	0	40691
2	0	1	0	44477
3	0	0	1	41830
4	0	0	0	46850
5	1	0	0	43944
6	0	1	0	48453
7	0	0	1	45726
8	0	0	0	51684
9	1	0	0	48390
10	0	1	0	50784
11	0	0	1	49021
12	0	0	0	56044
13	1	0	0	52143
14	0	1	0	57275
15	0	0	1	54133
16	0	0	0	62828

Оценку параметров модели произведем обычным методом наименьших квадратов с помощью пакета анализа в MS Excel. В результате моделирования получаем следующее уравнение регрес-

сии (табл. 8):

$$\widetilde{y}_t = 43599,94 + 1075,16t - 4834,03x_1 - 1953,94x_2 - 5598,84x_3.$$

Влияние сезонной компоненты в каждом квартале статистически значимо, о чем свидетельствуют фактические значения  $t$ -критерия Стьюдента, превышающие критические, для константы, переменных  $x_1$ ,  $x_2$  и  $x_3$ . Константа 43599,94 – это сумма начального уровня ряда и сезонной компоненты 4 квартала. Сезонные колебания в 1-3 кварталах приводят к падению данного значения, поскольку параметры при переменных  $x_1$ ,  $x_2$  и  $x_3$  отрицательные. Важно отметить, что данные параметры не равны значениям сезонной компоненты, так как они описывают не сезонные изменения уровней ряда, а их отклонения от уровней, учитывающих сезонные воздействия в 4 квартале. Положительный коэффициент при переменной времени свидетельствует о возрастающей тенденции в уровнях ряда. Его абсолютное значение позволяет заключить, что в среднем за квартал абсолютный прирост в среднемесячной номинальной заработной плате составляет 1075,16 руб. Фактическое значение критерия Стьюдента более табличного говорит о том, что существование в уровнях ряда тенденции установлено достаточно надежно. Коэффициент детерминации по данной модели составляет 0,9892, средняя ошибка аппроксимации – 1,09%, что позволяет утверждать, что данная модель лучше, чем полученные ранее.

Таблица 8

**Характеристика уравнения регрессии с фиктивными переменными для временного ряда среднемесячной номинальной начисленной заработной платы в России**

	<i>Coefficients</i>	<i>Standard Error</i>	<i>t Stat</i>	<i>P-value</i>	<i>Lower 95%</i>	<i>Upper 95%</i>
Константа	43599,94	763,14	57,13	0,00	41920,28	45279,60
$t$	1075,16	56,88	18,90	0,00	949,96	1200,35
$x_1$	-4834,03	739,45	-6,54	0,00	-6461,56	-3206,50
$x_2$	-1953,94	728,43	-2,68	0,02	-3557,21	-350,66
$x_3$	-5598,84	721,74	-7,76	0,00	-7187,38	-4010,30

Прогнозные значения среднемесячной номинальной начисленной заработной платы в Российской Федерации, полученные на основе аддитивной, мультипликативной моделей и уравнения регрессии с фиктивными переменными, представим в таблице 9.

Таблица 9

**Прогнозные значения среднемесячной номинальной  
начисленной заработной платы в России в 2022 г.**

Период	Аддитивная модель		Мультипликативная модель		Модель регрессии с фиктивными переменными	
	Размер заработной платы, руб.	Темп прироста от соответствующего значения 2018 г., %	Размер заработной платы, руб.	Темп прироста от соответствующего значения 2018 г., %	Размер заработной платы, руб.	Темп прироста от соответствующего значения 2018 г., %
1 квартал 2022 г.	57165	40,49	56828	39,66	57044	40,19
2 квартал 2022 г.	61080	37,33	61249	37,71	60999	37,15
3 квартал 2022 г.	58750	40,45	58090	38,87	58429	39,68
4 квартал 2022 г.	64822	38,36	65495	39,80	65103	38,96

Как видно из таблицы, при построении прогноза по всем трем моделям удалось сохранить тренд и сезонность. Отклонения в результатах незначительны. Полученные прогнозные значения позволяют утверждать, что работа в стране по достижению национальной цели по повышению уровня жизни населения выполняется. Рост номинальной заработной платы в 2022 г. по сравнению с 2018 г. составит около 39%.

При постановке стратегических приоритетов развития страны указывается на необходимость обеспечения устойчивого роста реальных доходов граждан выше уровня инфляции. Согласно представленной в официальных источниках информации [8], инфляционные ожидания с 2018 г. по 2022 г. включительно составляют около 34%, что позволяет сделать заключение не только о росте номинальных, но и реальных доходов населения.

**Литература**

1. Азиева Р. Х., Таймасханов Х. Э. Уровень доходов населения как важнейший индикатор благосостояния общества // Финансовая экономика. 2019. № 9. С. 323-326.
2. Гордиевич Т. И., Рузанов П. В. Уровень жизни и динамика дохо-

дов населения // Омский научный вестник. Серия Общество. История. Современность. 2020. Т. 5. № 1. С. 127-135.

3. Колесникова С. В., Ковалерова Н. В. Применение специальных эконометрических моделей для анализа оплаты труда // Региональная экономика: теория и практика. 2015. № 15 (390). С. 48-55.

4. Нестерова С. И. Инструмент управления конкурентоспособностью региона // Экономика и управление собственностью. 2015. № 1. С. 15-20.

5. Нестерова С. И. Исследование регионального уровня бедности в Российской Федерации // Вестник НГИЭИ. 2018. № 11 (90). С. 33-46.

6. Официальный сайт Президента России. <http://www.kremlin.ru/acts/bank/43027>.

7. Официальный сайт Росстата. <https://rosstat.gov.ru>.

8. Сайт «Инфляция в России». <https://уровень-инфляции.рф/> таблицы-инфляции.

*Статья поступила в редакцию 15.02.22 г.  
Рекомендуется к опубликованию членом Экспертного совета  
канд. экон. наук, доцентом Е. С. Поротькиным*