

Автономная некоммерческая организация высшего образования  
Самарский университет государственного управления  
«МЕЖДУНАРОДНЫЙ ИНСТИТУТ РЫНКА»

Кафедра прикладной математики и эконометрики

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

«29» сентября 2020 г.

С.Н.Перов



**ПРОГРАММА  
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ (тестирование)  
ПО МАТЕМАТИКЕ**

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры прикладной математики и эконометрики

«29» сентября 2020 года (протокол № 2)

Зав. кафедрой С.Н.Перов С.Н.Перов

г. Самара 2020 г.

## **I. Пояснительная записка**

Программа вступительных испытаний составлена на основе федерального государственного стандарта среднего общего образования, федерального государственного стандарта основного общего образования и примерной программы среднего общего образования на профильном уровне. Вступительное испытание проводится в форме тестирования.

## **II. Обязательное содержание программы по математике**

### **1. ЧИСЛОВЫЕ И БУКВЕННЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ**

Натуральные, рациональные, действительные числа. Измерения, приближения, оценки, проценты.

Делимость целых чисел. Деление с остатком. Сравнения. Степень с натуральным показателем. Корень степени  $n > 1$  и его свойства. Степень с рациональным показателем и ее свойства. Понятие о степени с действительным показателем и ее свойства.

Алгебраические выражения. Формулы сокращенного умножения. Многочлены от одной переменной. Делимость многочленов. Деление многочленов с остатком. Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами.

Уравнения и неравенства. Линейное и квадратное уравнение. Формула корней квадратного уравнения. Решение целых алгебраических уравнений. Решение рациональных уравнений. Уравнение с двумя переменными. Система двух уравнений с двумя переменными: решение системы. Неравенство с одной переменной. Квадратное неравенство.

Понятие числовой последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессии.

Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Логарифм произведения, частного, степени; переход к новому основанию. Десятичный и натуральный логарифмы, число  $e$ .

Преобразования выражений, включающих арифметические операции, а также операции возведения в степень и логарифмирования. Переход от словесной формулировки соотношений между величинами к алгебраической. Решение текстовых задач алгебраическим способом.

### **2. ТРИГОНОМЕТРИЯ**

Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Радианная мера угла. Основные тригонометрические тождества и формулы. Формулы приведения. Преобразования тригонометрических выражений. Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства. Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс.

### **3. УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА**

Решение рациональных, показательных, логарифмических уравнений и неравенств.

Решение иррациональных и тригонометрических уравнений и неравенств.

Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Равносильность уравнений, неравенств, систем.

Решение систем уравнений с двумя неизвестными простейших типов. Решение систем неравенств с одной переменной.

Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств.

Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.

Применение математических методов для решения содержательных практических задач. Интерпретация результата, учет реальных ограничений.

#### 4. ФУНКЦИИ

Функции. Область определения и множество значений. График функции. Построение графиков функций, заданных различными способами. Свойства функций: монотонность, четность и нечетность, периодичность, ограниченность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума (локального максимума и минимума). Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях. Сложная функция (композиция функций). Взаимно обратные функции. Область определения и область значений обратной функции. График обратной функции. Нахождение функции, обратной данной. Степенная функция с натуральным показателем, её свойства и график. *Графики дробно-линейных функций*. Тригонометрические функции, их свойства и графики, периодичность, основной период. *Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики*. Показательная функция (экспонента), её свойства и график. Логарифмическая функция, её свойства и график. Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, растяжение и сжатие вдоль осей координат.

#### 5. НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Понятие о пределе последовательности, предел монотонной ограниченной последовательности. Длина окружности и площадь круга как пределы последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма.

Понятие о непрерывности функции. Понятие о пределе функции в точке. Поведение функций на бесконечности. Понятие асимптоты.

Понятие о производной функции, физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения и частного. Производные основных элементарных функций. Производная сложной функции. Вторая производная, ее физический смысл. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Использование производных при решении уравнений и неравенств, при решении текстовых, физических и геометрических задач, нахождении наибольших и наименьших значений.

Площадь криволинейной трапеции. Понятие об определенном интеграле. Первообразная. Первообразные элементарных функций. Правила вычисления первообразных. Формула Ньютона-Лейбница.

Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком. Примеры применения интеграла в физике и геометрии.

#### 6. ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, СТАТИСТИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Табличное и графическое представление данных. Числовые характеристики рядов данных. Поочередный и одновременный выбор нескольких элементов из конечного множества. Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Решение комбинаторных задач.

Элементарные и сложные события. Рассмотрение случаев и вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события. Понятие о независимости событий. Вероятность и статистическая частота наступления события.

#### 7. ГЕОМЕТРИЯ

**Геометрия на плоскости.** Параллельные и пересекающиеся прямые. Угол. Многоугольник. Окружность.

Треугольник, виды треугольников, признак равенства. Теорема Пифагора. Свойство биссектрисы. Вычисление биссектрис, медиан, высот, радиусов вписанной и описанной окружно-

стей. Формулы площади треугольника, выражение площади треугольника через радиус вписанной и описанной окружностей.

Четырехугольники, квадрат, ромб, параллелограмм, трапеция. Теорема о сумме квадратов сторон и диагоналей параллелограмма

Вписанные и описанные многоугольники. Свойства и признаки вписанных и описанных четырехугольников.

Геометрические места точек. Решение задач с помощью геометрических преобразований и геометрических мест.

**Прямые и плоскости в пространстве.** Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство). Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых. Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства. Угол между прямой и плоскостью. Параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства.

Двугранный угол. Расстояния от точки до плоскости. Расстояние от прямой до плоскости. Расстояние между параллельными плоскостями.

**Многогранники.** Вершины, ребра, грани многогранника.

Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Параллелепипед. Куб.

Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Треугольная пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида.

Симметрии в кубе, в параллелепипеде. Сечения многогранников. Построение сечений.

**Тела и поверхности вращения.** Цилиндр и конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Шар и сфера, их сечения. Касательная плоскость к сфере. Объемы тел и площади их поверхностей.

Формулы объема куба, параллелепипеда, призмы, цилиндра. Формулы объема пирамиды и конуса. Формулы площадей поверхностей и объемов тел вращения.

**Координаты и векторы.** Декартовы координаты в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов и умножение вектора на число. Угол между векторами. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Компланарные векторы. Разложение по трем некопланарным векторам.

### III. Тест вступительного испытания по математике для поступающих

В данной программе представлено два варианта теста. Вариант А предназначен для поступающих на базе среднего общего образования, имеющих право на сдачу внутренних вступительных испытаний; вариант Б предназначен для поступающих на базе среднего профессионального образования и высшего образования.

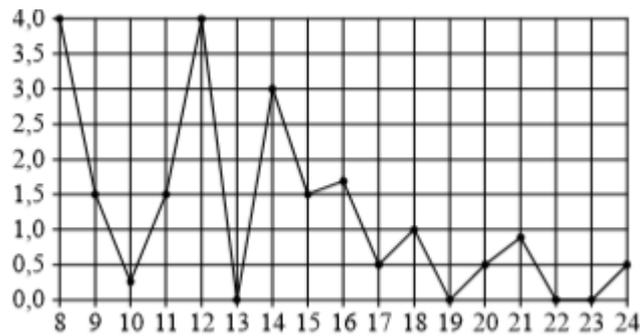
#### Вариант А. Тест для поступающих на базе среднего общего образования.

Тест состоит из 19 заданий. Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Для записи ответов используйте таблицу в Бланке ответов. Задания 13 - 19 выполняются на отдельных листах Бланка ответов.

Примерные задания:

1. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Томске с 8 по 24 января 2005 г. По горизонтали указаны числа месяца; по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку,

какого числа в Томске впервые выпало ровно 1,5 миллиметра осадков.



Ответ: \_\_\_\_\_.

2. Найдите корень уравнения  $3^{x-5}=81$

Ответ: \_\_\_\_\_.

3. В ромбе ABCD угол DBA равен  $13^\circ$ . Найдите угол BCD. Ответ дайте в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

4. Найдите  $\sin 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = 0,6$  и  $\pi < \alpha < 2\pi$

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковой сигнал частотой 749 МГц. Приёмник регистрирует частоту сигнала, отражённого от дна океана. Скорость погружения батискафа (в м/с) и частоты связаны соотношением

$$v=c(f-f_0)/(f+f_0),$$

где  $c = 1500$  м/с — скорость звука в воде,  $f_0$  — частота испускаемого сигнала (в МГц),  $f$  — частота отражённого сигнала (в МГц). Найдите частоту отражённого сигнала (в МГц), если батискаф погружается со скоростью 2 м/с.

Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Автомобиль, движущийся с постоянной скоростью 70 км/ч по прямому шоссе, обгоняет другой автомобиль, движущийся в ту же сторону с постоянной скоростью 40 км/ч. Каким будет расстояние (в километрах) между этими автомобилями через 15 минут после обгона?

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. Найдите наименьшее значение функции  $y = 9x - 9\ln(x+11) + 7$  на отрезке  $[-10,5; 0]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8.

а) Решите уравнение

$$2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos 2x = \sqrt{3} \cos x + 1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$ .

9.

Решите неравенство  $\log_{11}(8x^2 + 7) - \log_{11}(x^2 + x + 1) \geq \log_{11}\left(\frac{x}{x+5} + 7\right)$ .

10.

Строительство нового завода стоит 75 млн рублей. Затраты на производство  $x$  тыс. ед. продукции на таком заводе равны  $0,5x^2 + x + 7$  млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене  $p$  тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит  $px - (0,5x^2 + x + 7)$ .

Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении  $p$  строительство завода окупится не более чем за 3 года?

### Вариант Б. Тест для поступающих на базе среднего профессионального и высшего образования

Тест состоит из 10 вопросов. В бланк ответов для заданий 2-5 занести номер верного ответа, для заданий 1, 6-10 в бланк ответов вносят число - результат решения задачи.

Примерные задания:

1. (8 баллов)

**Выбрать один вариант ответа. В бланк ответов записать номер верного ответа.**

Решите уравнение  $x^2 - x - 6 = 0$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

- 1) Нет корней      2) 0      3) 2      4) -2

2. (8 баллов)

Найдите  $\sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = 0,6$  и  $0 < \alpha < \pi/2$

**Выбрать один вариант ответа. В бланк ответов записать номер верного ответа**

- 1) 0,8      2) 0,6      3) 0,4      4) 0,2

3. (8 баллов)

Из каждых 100 лампочек, поступающих в продажу, в среднем 3 неисправны. Какова вероятность того, что случайно выбранная в магазине лампочка окажется исправной?

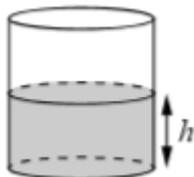
**Выбрать один верный вариант ответа. В бланк ответов записать номер верного ответа**

- 1) 0) 0,03      2) 3              3) 0,97              4) 97

4. (10 баллов)

Вода в сосуде цилиндрической формы находится на уровне  $h=80$  см.

На каком уровне окажется вода, если её перелить в другой цилиндрический сосуд, у которого радиус основания в 4 раза больше, чем у данного? Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ \_\_\_\_\_.

5. (10 баллов)

Найдите наименьшее значение функции  $y = 9x - 9\ln(x+11) + 7$  на отрезке  $[-10,5; 0]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

6. (16 баллов)

Строительство нового завода стоит 75 млн рублей. Затраты на производство  $x$  тыс. ед. продукции на таком заводе равны  $0,5x^2 + x + 7$  млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене  $p$  тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит  $px - (0,5x^2 + x + 7)$ .

Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении  $p$  строительство завода окупится не более чем за 3 года?

Ответ: \_\_\_\_\_.

### Критерии оценивания тестового задания по математике (Вариант А)

Тестовое задание оценивается по 100-балльной системе. Сумма первичных баллов, набранных поступающим по заданиям, умножается на 3,125. В результате выставляется итоговый тестовый балл.

Для успешного прохождения вступительного испытания по математике поступающему необходимо набрать не менее 39 тестовых баллов.

№ задания	Первичный балл
1	1
2	1
3	1
4	1
5	1
6	1
7	1
8	1
9	1
10	1
11	1
12	1
13	2
14	2
15	2
16	3
17	3
18	4
19	4

### **Критерии оценивания тестового задания по математике (Вариант В)**

Тестовое задание оценивается по 100-балльной системе. Максимальный балл – 100. Для успешного прохождения вступительного испытания по математике поступающему необходимо набрать не менее 39 баллов.

№ задания	Балл
1	8
2	8
3	8
4	8
5	8
6	10
7	10
8	10
9	14

10	16
----	----

**Программу составила** - доцент кафедры прикладной математики и эконометрики  
Коваленко Татьяна Дмитриевна