УДК 004.5

ПРИМЕНЕНИЕ КУБИЧЕСКИХ СГЛАЖИВАЮЩИХ СПЛАЙНОВ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ГЛАДКОГО ПРОФИЛЯ ПЕРА ПОКОВОК КОМПРЕССОРНЫХ ЛОПАТОК

2020 Морозова К.С.[2], Хаймович И.Н.[1,2]

[1]Самарский университет государственного управления
«Международный институт рынка», г. Самара, Россия
[2]Самарский университет, г. Самара, Россия

В статье рассмотрен способ формирования гладкого профиля пера штампованной поковки компрессорных лопаток путём сглаживания исходных координат кубическими сплайнами.

Ключевые слова: кубический сплайн, поковка, компрессорная лопатка, координаты, математическая модель.

В области машиностроения чертёж является основным источником информации для изготавливаемой детали. В нём содержится вся технологическая и конструкторская информация. В то же время применение традиционного чертежа для изготовления изделий сложной геометрии не допускается, поскольку велика вероятность получения ошибки. Особенно сильно это сказывается на производстве деталей летательных аппаратов.

В области авиастроения применяются особые методы производства, отличающиеся от стандартов общего машиностроения. К ним относят плазово-шаблонный, расчётно-плазовый и бесплазовый методы, которые позволяют формировать сложнофасонную геометрию оснастки. Основным критерием применяемости методов является трудоёмкость и точность изготовления сборочной единицы.

Развитие производства требует поиска принципиально новых решений, которые позволят автоматизировать процесс заготовительного производства [7]. В настоящее время решение задачи автоматизации заготовительного производства основано на использовании математических моделей, которые содержат необходимую информацию об изделии с конструкторско-технологической точки зрения. Использование математических моделей (ММ) подразумевает отказ от традиционных методов хранения информации на бумажном носителе (в виде чертежей, схем, плазов, шаблонов) и переход на машинные автоматизированные системы. При построении математической модели реальный процесс или явление описывается с помощью математического аппарата. Среди известных методов создания ММ особое внимание следует уделить моделям, построенным на базе аппроксимации и сплайн-функций. Примером применяемости математических методов для формирования сложных поверхностей является изготовление стенки спинки и корыта компрессорных лопаток (КЛ) и направляющих лопаток газовых турбинных двигателей (ГТД) путём аппроксимации. Сущность метода состоит в том, что для улучшения качества готового изделия за счёт обеспечения стабильности его механических свойств выпуклую поверхность заготовки в продольном направлении выполняют в виде двух цилиндрических или конических поверхностей, линии сопряжения которых являются общей образующей этих поверхностей, расположенной в пределах поля допуска по толщине. Аналогично строится и внутренняя (вогнутая) поверхность лопатки.

Метод использования сплайн-функций рассмотрен в исследовании М. Беньона [1], где с помощью сплайн-интерполяции по имеющимся координатам лопатки ГТД строится скорректированный профиль поковки для объёмной штамповки. Результатом является модель оснастки нижней части штампа, представленная на рисунке 1.

Использование сплайн-функций для создания ММ получили широкое распространение, поскольку они не связаны с физикой моделируемых процессов и обладают хорошей обрабатываемостью на ЭВМ.

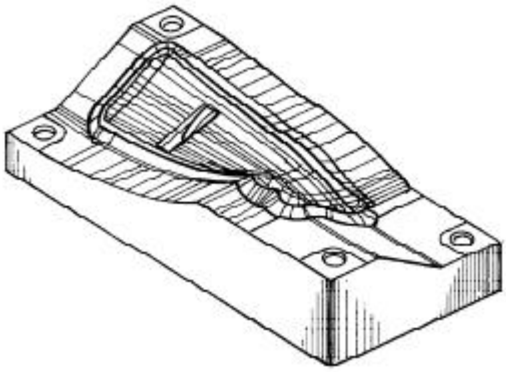

Рисунок 1 - Применение сплайн-функций для изготовления оснастки лопатки ГТД

Сплайн представляет собой функцию, область определения которой разбита на конечное число отрезков, на каждом из которых она совпадает с некоторым алгебраическим многочленом. Иными словами это кусочно-заданная функция [2].

В настоящее время прикладной сферой использования сплайн-функций являются системы автоматизированного проектирования (САПР), поскольку алгоритмы построения сплайнов совпадают с алгоритмом метода конечных элементов - основой промышленного прочностного анализа [6].

Наибольшее распространение в системах автоматизированного проектирования получили кубические интерполяционные сплайны, позволяющие определить промежуточное значение функции по уже имеющимся значениям. Основная задача интерполяции состоит в восстановлении с определённой точностью функции f на заданном отрезке $[a;b]$ по таблице чисел $(x_i;f_i), i = 1,2,\dots,n, где\ f_i = f(x_i)$ и точки x_i образуют упорядоченную последовательность $\Delta: a = x_0 < x_i < \dots < x_n = b$.

Естественный кубический сплайн удовлетворяет условиям:

1) функция $S(x)$ дважды непрерывно дифференцируемая функция на $[a;b]$ ($S(x) \in C^2[a;b]$);

2) на каждом из отрезков $[x_i;x_{i+1}]$ функция $S(x)$ является полиномом третьей степени вида:

$S(x) = a_i + b_i(x - x_i) + c_i(x - x_i)^2 + d_i(x - x_i)^3, i = 1,2,\dots,n-1$

3) функция $S(x)$ - интерполяционная функция, т.е. $S(x_i) = f(x_i), i = 1,2,\dots,n;$

4)краевым условиям $S''(a) = S''(b) = 0$.

В качестве оптимального решения разработан алгоритм сглаживания интерполяционными кубическими сплайнами, которыми описывается массив узловых точек. Математическая модель интерполяционного сплайна подробно описана в работе [3]. Здесь последовательно корректируется положение каждой точки массива, кроме крайних, вдоль одной из осей (рис. 2).

Пусть сначала корректируется положение точки А. На первом этапе эта точка исключается из общего массива, в результате чего образуется 1-й пробел. Интерполяционный сплайн 1, построенный по оставшимся узловым точкам, показывает величину ее коррекции. На следующих этапах пробел увеличивается за счет включения в него нарастающего числа точек. Возникающие при этом новые сплайны (2, 3 ... 1) позволяют рассчитать поэтапную коррекцию. Значение этой величины принимается равным среднеарифметическому ее поэтапных величин. Выбор длины максимального пробела зависит от кривизны профиля и шага базовых точек.

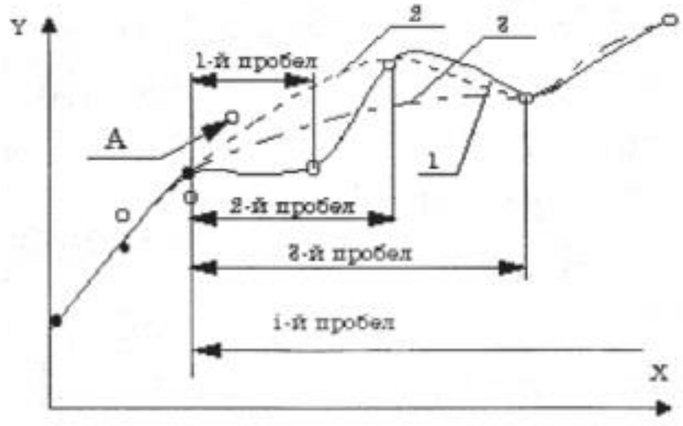

Рисунок 2 - Графическая модель сплайна

Модель кубического сплайна взята из работ [2, 5]:

$$Spl(x) = y_i + b_i(x - x_i) + c_i(x - x_i)^2 + d_i(x - x_i)^3 \quad (1)$$

где $x_i \le x \le x_{i+1}$на каждом подынтервале $[x_i; x_{i+1}], i = 1,2, \dots, n-1$.

Методика расчёта коэффициентов сглаживающего сплайна взята из работ [3, 4].

Коэффициенты b_i, c_i, d_i находим из условия непрерывности, то есть производная на последующем интервале равна производной на предыдущем в той же точке, включая производные второго порядка. Тогда коэффициенты можно выразить следующими формулами:

$$b_i = \frac{y_{i+1} + y_i}{h_i} - h_i(\sigma_{i+1} + 2\sigma_i);$$
$$c_i = 3\sigma_i;$$
$$d_i = \frac{\sigma_{i+1} + \sigma_i}{h_i}; i = 1,2, \dots, n-1.$$

Из системы найдём значения σ_n:

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 & h_1 & & & \\ & \alpha_2 & h_2 & & \\ & & \alpha_3 & h_3 & \\ & & & \dots & \\ & & & & \alpha_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \\ \sigma_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \\ \beta_n \end{pmatrix}.$$

Элементы α_i вычисляются по формулам:

$$\alpha_1 = -h_1;\ \alpha_i = 2(h_{i-1} + h_i) - \frac{{h_{i-1}}^2}{\alpha_{i-1}};$$
$$\alpha_n = -h_{i-1} - \frac{{h_{n-1}}^2}{\alpha_{n-1}};\ i = 2,3, \dots, n-1,$$

а правые части системы β_i по формулам:

$$\beta_1 = h_1\Delta_1;\ \beta_i = (\Delta_i - \Delta_{i-1}) - \frac{h_{i-1}\beta_{i-1}}{\alpha_{i-1}};$$
$$\beta_n = -h_{n-1}\Delta_{n-3} - \frac{h_{i-1}\beta_{i-1}}{\alpha_{i-1}};\ i = 2,3, \dots, n-1$$

Коэффициенты σ_i находятся методом обратной подстановки:

$$\sigma_i = \frac{\beta_i - h_i\sigma_{i+1}}{\alpha_i}, i = n-1;$$
$$\sigma_i = \frac{\beta_n}{\alpha_n}, n = 2, \dots, 1.$$

Систему уравнений, состоящую из n уравнений, можно решить методом исключения. Также можно использовать существующие программы для вычисления σ_i.

На каждом шаге итерации оставшиеся точки аппроксимируются кубическим сплайном, что позволяет рассчитывать n новых скорректированных значений рассматриваемой точки: $y_{ki,1}$; $y_{ki,2}$; …; $y_{ki,n.}$ Отклонения новых координат точки от исходных определяются из отношений :

$$\Delta y_{ki,1} = y_{ki,1} - y_{ki};$$
$$\Delta y_{ki,2} = y_{ki,2} - y_{ki}; \dots;$$
$$\Delta y_{ki,n} = y_{ki,n} - y_{ki},$$

где y_{ki} - исходная координата рассматриваемой точки в i-ой операции.

Координата рассматриваемой точки находится из выражения:

$$y_{ki,n} = y_{ki,n} - \Delta y_{ki,cp}.$$

Среднее отклонение имеет следующий вид:

$$\Delta y_{ki,cp} = (\Delta y_{ki,1} + \Delta y_{ki,2} + \dots + \Delta y_{ki,m})/m$$

В результате корректировки любая точка массива не должна выходить за пределы ранее установленного промежутка, то есть $|y_{k0} - y_{kj}| < \varepsilon$. Если условие не выполняется, то точка смещается на допустимое значение ε.

После нахождения всех "выпадающих" точек из заданного коридора необходимо выполнить проверку плавности сечений пера поковки.

В таблице 1 представлены исходные и скорректированные координаты десяти точек пера лопатки по одному из сечений.

Таблица 1 - Исходные и скорректированные координаты лопатки

Исходные значения		Новые значения
X	У	$У_{скор.}$
-33,16	-13,74	-13,72
-30,16	-12,02	-11,95
-28,17	-10,86	-10,54
-26,18	-9,68	-9,31
-24,59	-8,75	-8,55
-23,00	-7,83	-7,65
-22,36	-7,47	-7,47
-21,73	-7,12	-7,08
-20,44	-6,41	-6,21
-19,15	-5,73	-5,58

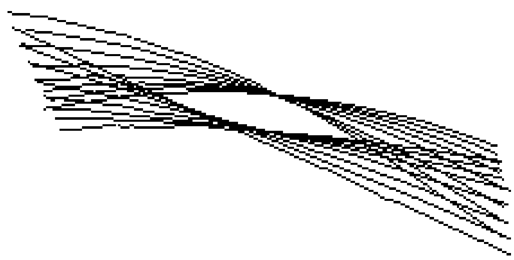

Рисунок 3 - Проверка плавности сечений пера

Из таблицы 1 и рисунка 3 видно, что новые координаты отличаются от предыдущих на некоторую величину, а построенные по ним сечения пера позволяют получить гладкий профиль поковки компрессорной лопатки.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1.Беньон М., Куньо К., Лепти М. Способ изготовления деталей точной объёмной штамповкой. Патент 2355503 Российская Федерация, 20.05.2019.

2. Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. Методы сплайн-функций. - М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1980. - 355 с.

3.Хаймович И.Н. Автоматизация проектирования заготовок и штампов компрессорных лопаток авиационных двигателей (методы, алгоритмы, системы). - Самара: АНО Издательство СНЦ РАН, 2014. - 139 с.

4.Хаймович И.Н., Клентак Л.С. Усовершенствование методов сглаживания сложных поверхностей с использованием интерполяционных сплайнов // Фундаментальные исследования. – 2013. – № 10-12. – С. 2634-2638.

5.Квасов Б.И. Методы геометрической аппроксимации сплайнами. - М.:ФИЗМАТЛИТ, 2006. - 360 с.

6. Гырдымов Г.П., Зильбербург Л.И., Савченко И.Д., Шалыгин В.Н. Автоматизация технологической подготовки заготовительного производства - Л.: Машиностроение, Ленинградское отделение, 2000. - 350 с.

7. Хаймович И.Н. Автоматизация проектирования объектов заготовительно-штамповочного производства компрессорных лопаток авиационных двигателей//Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. - 2014. - № 2. - С. 44-48.

APPLICATION OF CUBIC SMOOTHING SPLINES FOR FORMING A SMOOTH PROFILE FOR FORGING COMPRESSOR BLADES

©2020 2020 Kseniya S. Morozova[2], Irina N. Khaimovich [1,2]

[1]Samara University of Public Administration
"International Market Institute", Samara, Russia
[2]Samara University, Samara, Russia

The article describes the method for forming a smooth profile of a feather of a stamped forging of compressor blades by smoothing the initial coordinates with cubic splines.

Keywords: cubic spline, forging, compressor blade, coordinates, mathematical model.