

ПРИМЕНЕНИЕ ПРОГРАММНЫХ ПРОДУКТОВ ДЛЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕПЛОВЫХ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПРОЦЕССОВ

© 2019 Макаров А.А.¹, Сорокин А.Г.²

¹Самарский университет государственного управления
«Международный институт рынка», г. Самара, Россия

²Самарский государственный технический университет, г. Самара, Россия

Статья посвящена задачам повышения эффективности переработки полимерных изделий за счет математического моделирования процессов с применением специальных программных продуктов.

Ключевые слова: программные продукты, переработка полимерных изделий, литейная машина, электротепловая модель, методы моделирования.

Постоянно возрастающий уровень мировой экономики в большей степени зависит от уровня развития переработки и применения полимеров, которые широко используются в различных отраслях промышленности.

В настоящее время возросла роль качества полимерной продукции бытового и технического назначения. Это объясняется наличием аналогичных товаров различных производителей. Наивысший покупательский интерес представляют изделия более высокого качества и более дешевые. Цена, которую покупатель готов заплатить за изделие, также зависит от качества продукции, поэтому в настоящее время решающее значение приобретает конкурентоспособность продукции. Конкурентоспособностью продукции назовем отношение качества продукции к ее цене. Качество - это соответствие продукции ее назначению. В показатели качества входят внешний вид изделия, эстетические показатели, эксплуатационные свойства и другие.

Конкурентоспособность литейной продукции во многом зависит от проработки изделия на стадии технологической подготовки производства. Например, цена изделия зависит от стоимости выбранного материала, производительности литья, от расхода сырья в каждом цикле, от процента брака. Качество изделий (внешний вид, блеск, равномерность окраски, утяжины) зависит от правильной организации подготовки материала к переработке и технологии литья, которые изготовитель определяет на стадии разработки технологического процесса. Известно, что одни литейные изделия технологичны (легки в из-

готовлении). Изготовление других изделий вызывает постоянные трудности по различным причинам. Последнее связано с тем, что при разработке изделия и технологии его получения не учитывали всё многообразие факторов, которые объективно существуют при литье пластмассовых изделий. Опытные разработчики и технологи «интуитивно» осознают эти факторы и учитывают их при разработке изделий и технологии литья. Перерабатываемость полимерного материала определяет его формуемость. Конкретное изделие, его конфигурация и размеры определяют выбор полимерного материала по вязкости и особенности оснастки. В свою очередь, материал и конфигурация изделия определяют технологию литья и влияют на выбор технологического оборудования. Больше значение имеет также правильная организация входного контроля и подготовка материала к переработке. Входной контроль связан с электрическим нагревом.

Электрический нагрев применим в любых технологических процессах; практически не ограничены возможности по интенсивности. Но в зависимости от назначения нагрева, физических свойств нагреваемых материалов и технологических условий это достигается различными способами. Применение электрического нагрева поднимает культуру производства, а также серьезно улучшает условия труда обслуживающего персонала. Эта тенденция будет все более усиливаться по мере снижения стоимости электроэнергии, совершенствования технологии процессов, повышения уровня производства, укреп-

пления экономики. Вместе с тем излишняя осторожность с применением электрического нагрева тормозит технический прогресс, снижает эффективность электрификации.

Эффективной является система индукционного нагрева. Для создания температурного поля, которое равномерно распределено по объему нагреваемого полимера, необходимо провести моделирование тепловых и электромагнитных полей посредством программных средств.

Предлагаемая для исследования в работе конструкция гидравлической литьевой ма-

шины для переработки полимерных изделий схематично представлена на рисунке 1. Из приемного бункера (3) сырье (7) попадает в цилиндр пластикации (2) и посредством вращения шнека (6) равномерно распределяется по его длине. Шнек приводится в движение с помощью двигателя (1). Индуктор (4) нагревает цилиндр и шнек, далее с помощью шнека расплавленный материал через сопло выливается в пресс – форму штамповочного устройства (5). Рабочая станция (8) осуществляет управление всей системой.

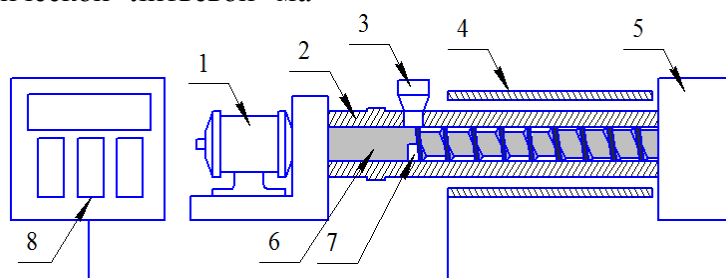


Рисунок 1 - Схема системы индукционного нагрева для производства пластмассы

При всем многообразии схем индукционного нагрева выбираем схему, при которой индуктор (4) охватывает цилиндр пластикации (2) и находящиеся в нем полимерный

материал (7) и шнек (6). Эта схема проста в исполнении и имеет относительно небольшие габариты (рис. 2).

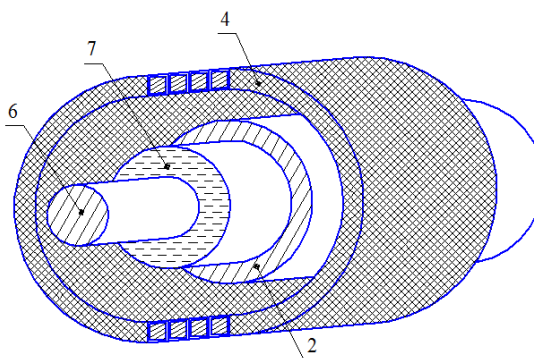


Рисунок 2 - Общий вид теплообменного аппарата

Все процессы в сфере материального производства связаны с потреблением того или иного вида энергии. Чем больше энергии приходится на одного работающего, то есть чем выше энерговооруженность труда, тем больше выработка, выше производительность труда. Энергия является важнейшим фактором, способствующим непрерывному повышению производства и улучшению качества продукции, удлинению сроков ее сохранности.

В связи с этим все большее значение приобретает электрификация тепловых процессов, которая в последние годы получила значительное развитие как в нашей стране, так и в ряде зарубежных стран. Большим преимуществом электроснабжения и теплоснабжения является то, что от одного энергетического ввода (электрического) можно получить все виды энергии, в которых нуждается потребитель: механическую, лучистую, тепловую и электрическую. Такая высшая сте-

пень электрификации становится возможной благодаря большим успехам в развитии отечественной электроэнергетики, прогрессу атомной энергетики, снижению себестоимости электроэнергии. Она является закономерным следствием непрерывного возрастания роли электрической энергии во всех отраслях народного хозяйства.

Для расчета электромагнитных и тепловых полей в указанной постановке требуется разработка численных методов и их качественная реализация в виде программных средств.

Профессиональные пакеты прикладных программ (Femlab, Elcut, LS-DYNA, Maxwell, Nastran, Ansys, Cedrat Flux), созданные на базе теоретических разработок, позволяют решать задачи моделирования в

различных областях знания [11-15] и служат мощным инструментом при оптимальном проектировании систем нагрева с помощью встроенных или внешних алгоритмов оптимизации. Сочетание численных методов расчета и поисковых процедур оптимизации дает возможность решать различные задачи проектирования [6-10].

Модели, которые учитывают взаимное влияние электромагнитного и температурного полей в процессе нагрева, называются электротепловыми (рис. 3). Они дают полную характеристику индукционного устройства с точки зрения потребления энергии от внешнего источника питания и выделения ее в цилиндре и шнеке.

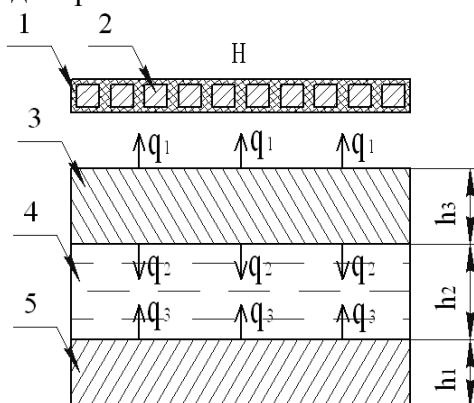


Рисунок 3 - Электротепловая задача: 1 – изоляция витков индуктора, 2 – индуктор, 3 – цилиндр, 4 – слой полимера, 5 – шнек

В общем случае процесс индукционного нагрева описывается нелинейными уравнениями Максвелла для электромагнитного поля с соответствующими краевыми условиями [1, 2]:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= \frac{1}{\rho} \vec{E} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}; \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \quad \operatorname{div} \vec{H} = 0; \\ \operatorname{div} \vec{E} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\vec{H}$, $\vec{B}$, $\vec{E}$, $\vec{D}$ - векторы напряженности и индукции магнитного и электрического полей.

Исходная постановка нелинейной электромагнитной задачи выражается через векторный потенциал общим уравнением Пуассона в двумерной области [1, 2]:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \left(\frac{1}{\mu_a} \operatorname{rot} \vec{A} \right) + \gamma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} &= \vec{J}_0; \quad \operatorname{rot} \vec{A} = \vec{B}; \\ \operatorname{div} \vec{A} &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\vec{A}$ - векторный потенциал,
 μ_a - абсолютная магнитная проницаемость среды,

γ - удельная электрическая проводимость.

Принимая во внимание осевую симметрию и квазистационарность исследуемого поля, уравнение (2) может быть представлено для комплексной амплитуды векторного потенциала в виде [4, 5]:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{\mu_a(r, z)} \cdot \frac{\partial \dot{A}(r, z)}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{\mu_a(r, z)} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial r \dot{A}(r, z)}{\partial z} \right] - j\omega\gamma \dot{A}(r, z) - \dot{J}_0(r, z) = 0 \quad (3)$$

В качестве граничных условий для определенности задачи примем наиболее общие условия - равенство нулю векторного потенциала на границе расчетной области, находящейся в бесконечности. В реальной ситуации граница области должна быть достаточно удалена от источников тока, где магнитная энергия поля действительно спадает до нуля. В плоскостях геометрической симметрии полагается перпендикулярность линий потока этим плоскостям:

$$\dot{A}|_{S_1 \in S} = 0; \quad \left. \frac{\partial \dot{A}}{\partial n} \right|_{S_2 \in S} = 0 \quad (4)$$

где S_1 — удаленная граница области Q , S_2 — граница плоскостей симметрии.

Последующая идеология расчета основывается на вариационных принципах, когда решение краевой задачи ищется путем минимизации нелинейного функционала, выражающего энергию электромагнитного поля [1, 2]:

$$F(\dot{A}) = \frac{1}{2} \iint_Q \left[\frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{\mu_a} \cdot \frac{\partial \dot{A}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu_a r} \right) \frac{\partial r \dot{A}}{\partial r} \right] dr dx + \frac{1}{2} \iint_Q j\omega\gamma |\dot{A}|^2 dr dx + \frac{1}{2} \iint_Q \dot{J}_0 \dot{A} dr dx \quad (5)$$

Указанная постановка задачи охватывает самые общие электромагнитные явления и позволяет рассчитывать практически весь класс устройств индукционного нагрева, который может быть математически описан двумерным уравнением Пуассона.

Следующим этапом исследования является разработка математической модели тепловых процессов в сложной физически неоднородной среде. Характер распределения и удельная плотность мощности внутренних источников тепла определены в результате решения электромагнитной задачи. По причине того, что по длине индуктора не происходит значимых изменений электрических параметров системы, необходимо рассмат-

ривать задачу в двумерной постановке. Поэтому математическая формулировка задачи приводится к системе линейных дифференциальных уравнений нестационарной теплопроводности [3]:

$$\frac{\partial T_1(r, x, t)}{\partial t} = a_1 \left[\frac{\partial^2 T_1(r, x, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_1(r, x, t)}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_1(r, x, t)}{\partial x^2} \right] + \frac{W(r, x, t)}{c\gamma} \quad (6)$$

$$\frac{\partial T_2(r, x, t)}{\partial t} = a_2 \left[\frac{\partial^2 T_2(r, x, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_2(r, x, t)}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_2(r, x, t)}{\partial x^2} \right] \quad (7)$$

$$\frac{\partial T_3(r, x, t)}{\partial t} = a_3 \left[\frac{\partial^2 T_3(r, x, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_3(r, x, t)}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_3(r, x, t)}{\partial x^2} \right] + \frac{W(r, x, t)}{c\gamma} \quad (8)$$

где $T_1(r, x, t)$ - температура стенки цилиндра пластикации, $T_2(r, x, t)$ - температура полимера, $T_3(r, x, t)$ - температура шнека, r и x - радиальная и аксиальная координаты, t - время процесса,

γ - плотность материала цилиндра и шнека, c - удельная теплоемкость цилиндра и шнека,

$W(r, \delta, t)$ - функция распределения внутренних источников тепла, полученных в результате решения электромагнитной задачи,

α_1 - коэффициент температуропроводности цилиндра пластикации,

α_2 - коэффициент температуропроводности полимера,

α_3 - коэффициент температуропроводности шнека.

Граничные и начальные условия имеют вид:

$$\begin{aligned}
\lambda_1 \frac{\partial T_1(r, x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} &= \alpha_1 [T_1(r, 0, t) - T_C(r, 0, t)], \\
\lambda_1 \frac{\partial T_1(r, x, t)}{\partial r} \Big|_{r=r_1} &= \alpha_1 [T_1(r_1, x, t) - T_C(r_1, x, t)], \\
\frac{\partial T_3(r, x, t)}{\partial r} \Big|_{r=0} &= 0, \\
\lambda_1 \frac{\partial T_1(r, x, t)}{\partial x} \Big|_{x=X} &= \alpha_2 [T_1(r, X, t) - T_C(r, X, t)], \\
T_1(r, X, 0) &= T_{10}, \\
\lambda_3 \frac{\partial T_3(r, x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} &= \alpha_3 [T_3(r, 0, t) - T_{\tilde{N}}(r, 0, t)], \\
T_2[r, x, t]_{x=0} &= T_{20}(r, t), \quad (9) \\
\lambda_3 \frac{\partial T_3(r, x, t)}{\partial x} \Big|_{x=X} &= \alpha_4 [T_3(r, X, t) - T_{\tilde{N}}(r, X, t)], \\
T_2(r, X, 0) &= T_{20}(r, X), \\
\lambda_1 \frac{\partial T_1(r, x, t)}{\partial r} \Big|_{r=R_2} &= \lambda_2 \frac{\partial T_2(r, x, t)}{\partial r} \Big|_{r=R_2}, \\
T_1(R_2, x, t) &= T_2(R_2, x, t), \\
\lambda_2 \frac{\partial T_2(r, x, t)}{\partial r} \Big|_{r=R_3} &= \lambda_2 \frac{\partial T_3(r, x, t)}{\partial r} \Big|_{r=R_3}, \\
T_2(R_3, x, t) &= T_3(R_3, x, t),
\end{aligned}$$

где λ_1 - коэффициент теплопроводности цилиндра пластикации,

λ_2 - коэффициент теплопроводности полимера,

λ_3 - коэффициент теплопроводности шнека,

α - коэффициент теплообмена.

Решение тепловой задачи выполним, используя первый закон термодинамики записанный в виде дифференциальных уравнений для объемных тел:

$$\gamma c \left[\frac{\partial T}{\partial t} + (v)^T (L) T \right] + (L)^T (q) = \ddot{q}, \quad (10)$$

где $\ddot{q}$ - скорость образования тепла в конечном объеме,

(q) - вектор теплового потока;

$(L)^T$ - векторный оператор,

(v) - вектор, характеризующий скорость переноса тепла.

Связь между вектором теплового потока и температурным градиентом устанавливается по закону Фурье[3]:

$$(q) = -[D](L)T. \quad (11)$$

Объединение двух последних уравнений дает уравнение вида:

$$\gamma c \left[\frac{\partial T}{\partial t} + (v)^T (L) T \right] + (L)^T ([D](L)T) = \ddot{q}. \quad (12)$$

В ходе моделирования получены решения электромагнитной задачи. Результаты расчета представлены на рисунке 4.

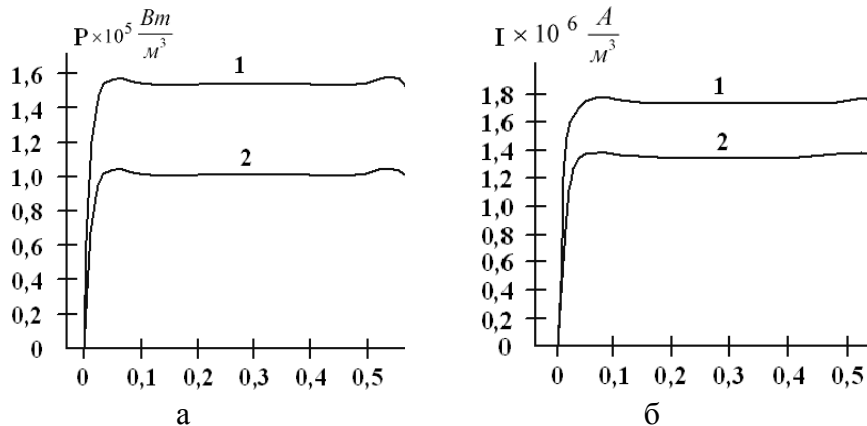


Рисунок 4 - Плотность тока: а - распределения удельной объемной мощности по цилиндру (кривая 1) и шнеку (кривая 2), б - распределение плотности тока по длине цилиндра (кривая 1) и шнека (кривая 2).

Характер распределения удельной объемной мощности и тока по сечению объекта нагрева представлен на рисунке 5.

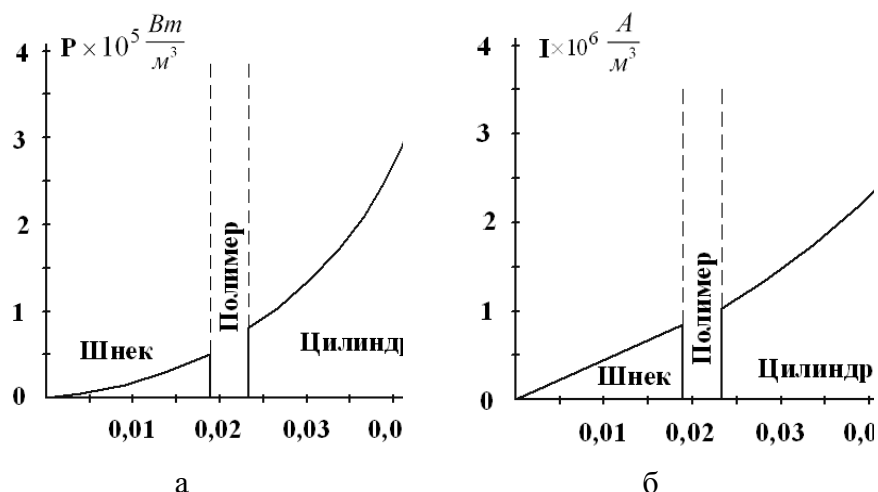


Рисунок 5 - Распределения удельной объемной мощности и тока по сечению объекта нагрева: а - распределение удельной объемной мощности по радиусу объекта нагрева, б - распределение плотности тока по радиусу объекта нагрева

Из графика на рисунке 5 видно, что нагрев полимерного материала осуществляется от цилиндра пластикации и шнека. Как следует из представленных графиков, удельная объемная мощность по сечению максимальна на по-

верхности цилиндра и шнека, уменьшаясь по мере проникновения вглубь.

Результаты расчета тепловой задачи с перепадом температур на каждом из этапов представлены на рисунке 6 (рис. 7).

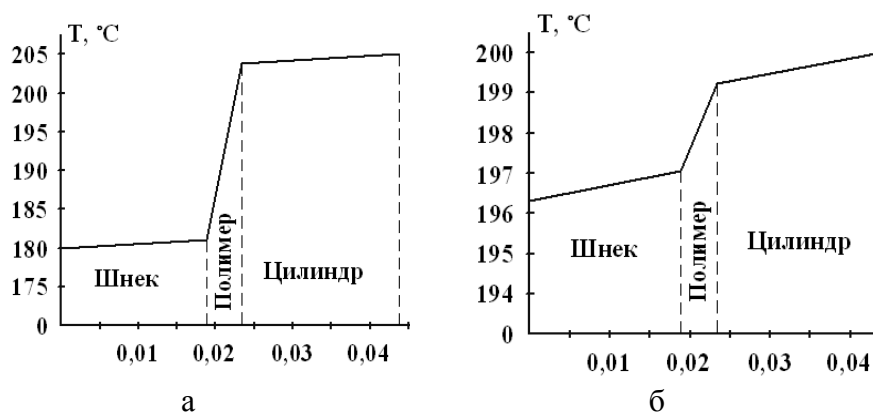


Рисунок 6 - Температурное распределение: а - температурное распределение на первом этапе нагрева, б - температурное распределение на втором этапе

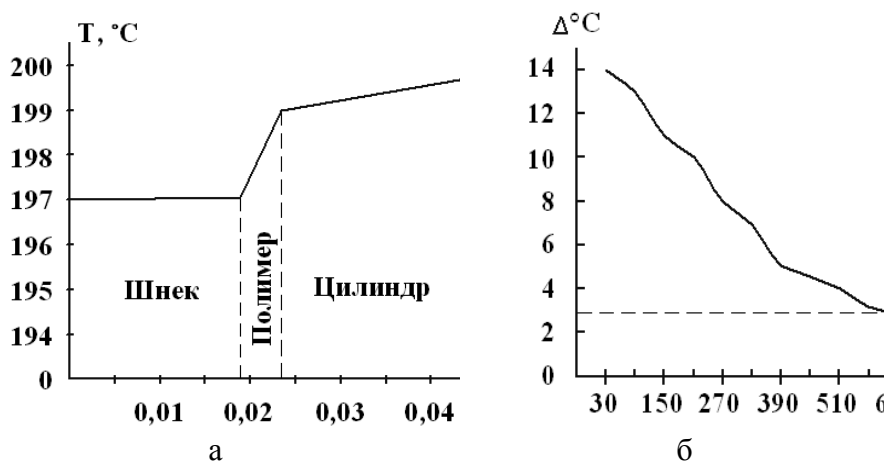


Рисунок 7 - Перепад температуры: а - температурное распределение на третьем этапе, б - зависимость перепада температуры от времени нагрева

Зависимость электрического коэффициента полезного действия и коэффициента мощности от частоты представлена на рисунке 8.

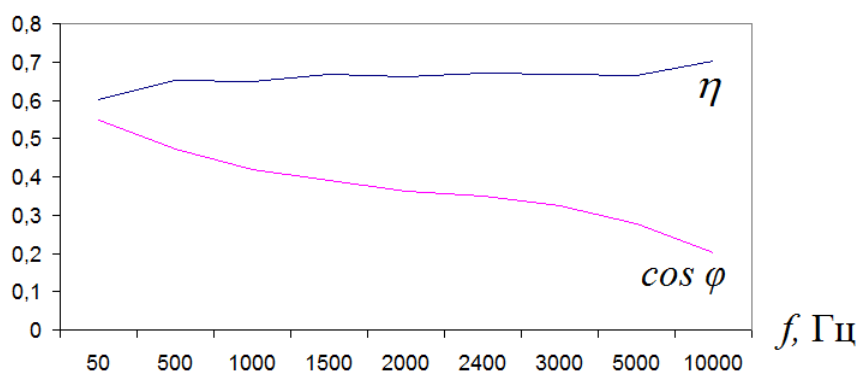


Рисунок 8 - Зависимость η и $\cos \varphi$ от частоты

Работа данной установки (рис. 9) осуществляется посредством программного управления, при котором обеспечивается заданная точность и минимум времени нагрева.

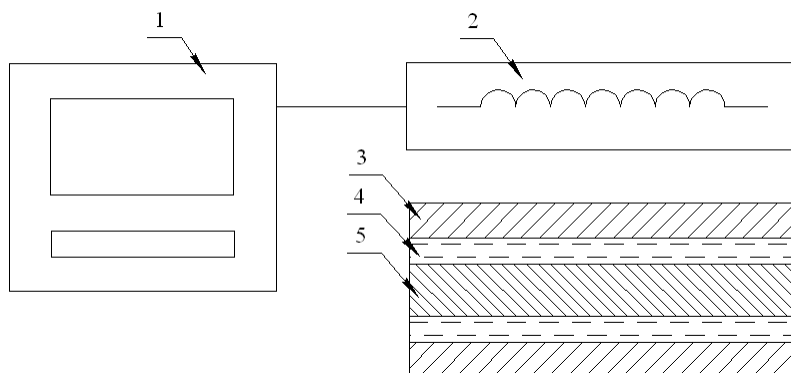


Рисунок 9 - Схема индукционного нагрева: 1 – рабочая станция, 2 – индуктор, 3 – цилиндр, 4 - полимер, 5 – шнек

Данная модель была реализована в программном пакете Elcut, и получены следующие результаты: $\eta = 0,602$, $\cos \varphi = 0,549$. Поэтому, учитывая ряд конструктивных требований к индукционной системе, в частности, минимизацию размеров индуктора и условия согласования параметров индуктора с источником питания, в качестве энергетиче-

ских параметров следует выбрать частоту $f = 50$ Гц. При найденных параметрах индукционного нагревателя температурное распределение в полимерном материале достигает заданного значения. Погрешность в стационарном режиме составляет 3°C , что полностью удовлетворяет технологии переработки полимерных материалов.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Басов Н.И. Техника переработки пластмасс. - М., Химия, 1985. – 527 с.
2. Бернхардт Э. Переработка термопластичных материалов. - М., Госхимиздат, 1962. – 747 с.
3. Слухоцкий А.Е., Немков В.С. Установки индукционного нагрева - Л.: Энергоиздат, 1981. – 328 с.
4. Сорокин А.Г., Зимин Л.С. Идентификация математической модели системы индукционного нагрева при производстве пластмассы методом литья // Вестник Самарского государственного университета. – 2014. – № 4(104). – С. 10-15.

- венного технического университета. Сер. «Технические науки». – 2012. - № 4(36). – С. 163-168.
5. Сорокин А.Г., Зимин Л.С. Индукционный нагрев при производстве пластических масс // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. «Технические науки». – 2016. - № 4(52). – С. 71-76.
6. Хаймович И.Н., Мартынов И.В. Получение моделей зависимости времени работы алгоритма Флойда и алгоритма Дейкстры от количества вершин в графе в СУБД PostgreSQL // Вестник Международного института рынка. - 2018. - № 2. - С. 137-141.
7. Хаймович И.Н., Батищев В.И., Марков В.И., Макашов А.Н. Концепция информационной среды в организации производства на предприятии с применением оптимизации маршрутов обработки деталей // Вестник Самарского муниципального института управления. - 2018. - № 3. - С. 77- 85.
8. Хаймович И.Н., Ковалькова Е.А. Управление качеством конструкторско-технологической подготовки производства на основе информационных стандартов предприятия // Вестник Самарского муниципального института управления. - 2018. - № 1. - С. 60-70.
9. Хаймович И.Н., Чумак П.В., Ковалькова Е.А. Модель оценки повышения конкурентоспособности предприятия с учетом проведения энергомодернизаций // Вестник Самарского муниципального института управления. - 2017. - № 1. - С. 58-65.
10. Хаймович А.И., Шитарев И.Л. Моделирование микроструктуры при высокоскоростной штамповке компрессорных лопаток из титанового сплава ВТ9 // Заготовительные производства в машиностроении. - 2011. - № 11. - С. 41-44.
11. Хаймович А.И., Михеев В.А. Математическое моделирование процессов динамической рекристаллизации поликристаллических материалов в условиях интенсивной пластической деформации // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением. - 2011. - № 7. - С. 37-42.
12. Khaimovich A., Grechnikov F. The study of plastic deformation at high strain rates in upset forging of cylinders // Key Engineering Materials. - 2016. - Т. 684. - С. 74 – 79.
13. Khaimovich A.I., Balyakin A.V., Kondratev A.I. Methodology of rheological material properties phenomenological modeling at high speed cutting by reverse analysis // Research Journal of Applied Sciences. - 2014. - Т. 9. № 11. - С. 753-760.
14. Khaimovich A.I., Grechnikov F.V. Development of the requirements template for the information support system in the context of developing new materials involving Big Data// CEUR Workshop Proceedings Сер. "Proceedings of International Conference Information Technology and Nanotechnology, ITNT 2015". - 2015. - С. 364-375.
15. Khaimovich I.N. Computer-aided design of blank forging production facilities for aircraft engine compressor blades // Russian Aeronautics. - 2014. - Т. 57. № 2. - С. 169 – 174.

USE OF SOFTWARE PRODUCTS FOR MATHEMATICAL MODELLING OF THERMAL AND ELECTROMAGNETIC PROCESSES

© 2019 A.A. Makarov¹, A.G. Sorokin²

¹Samara University of Public Administration

“International Market Institute”, Samara, Russia

²Samara State Technical University, Samara, Russia

The article is devoted to a problem of increase in production efficiency in processing of polymeric products by means of mathematical modelling using special software programs.

Keywords: software programs, processing of polymeric products, molding machine, electrothermal model, modeling methods.