УДК 519.816

МЕТОД ОПТИМИЗАЦИИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ ПРИ ОХРАНЕ ОБЪЕКТОВ В СЛУЧАЕ НЕЧЁТКИХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

© 2016 Гревцев О.И.

ЧОУ ВО «Международный институт рынка», г.Самара, Россия

В статье рассматривается специфика проблем принятия решения в задачах со многими критериями, которая связана с возможным наличием нескольких противоречивых целей; может не существовать доминирующего варианта решения, который был бы лучше других по всем признакам. Например, одной из актуальных задач, требующих выбора оптимального решения из множества вариантов, является задача составления оптимального плана направления автотранспорта в районы проживания сотрудников при доставке личного состава на пункт сбора по сигналу тревоги, которая подробно рассматривается в исследовании. В статье приводится новый метод решения данной проблемы.

Ключевые слова: метод оптимизации, задачи управления, нечеткие исходные данные, транспортная логистика.

Как правило, процесс нахождения оптимального варианта решения в экстремальной ситуации может быть представлен в виде выбора наилучшего варианта из множества допустимых путём их сравнения.

Каждый вариант решения характеризуется определённым набором признаков, общих для всех имеющихся вариантов, но различных по критериям, по степени выраженности признаков в каждом из них. Варианты в дальнейшем будут называться объектами, а под критерием будет пониматься количественная характеристика признака объекта [1, 2, 3].

Специфика проблем принятия решения в задачах со многими критериями связана с возможным наличием нескольких противоречивых целей, и может не существовать доминирующего варианта решения, который был бы лучше других по всем признакам.

Подобные проблемы возникают при решении ряда практических задач, стоящих перед правоохранительными органами.

Например, одной из актуальных задач, требующих выбора оптимального решения из множества вариантов, является задача составления оптимального плана направления автотранспорта в районы проживания сотрудников при доставке личного состава на пункт сбора по сигналу тревоги.

С учетом недостатка людей и автотранспорта в момент поступления сигнала тревоги, задача уточняется: требуется за минимальное время доставить к месту сбора из разных районов как можно больше сотрудников.

Для сравнения районов, или объектов, выделяются общие для всех объектов признаки:

1. удалённость от места сбора;
2. количество личного состава, проживающего в данном квадрате;
3. компактность проживания;
4. качество дороги.

Часть объектов будет иметь преимущество по одним признакам, другие - по другим. Однако не все признаки одинаково влияют на достижение цели. При выборе маршрута возникает вопрос, что важнее, удаленность или качество дороги, количество людей, проживающих рядом, или удаленность от места сбора и т.д., т.е. каковы веса, приоритеты указанных признаков и какой вес имеет каждый маршрут с учетом перечисленных условий.

Более того, такие признаки, как количество сотрудников, проживающих в квадратах местности, и время их доставки к месту сбора являются противоречивыми при достижении цели: чем больше сотрудников будет доставлено, тем больше будет затрачено времени.

Для выбора оптимального решения требуется получить обобщенную количественную оценку важности объекта, которая будет зависеть от ценности признака, характеризующего объект, и от степени выраженности у объекта каждого признака [3].

Проблема выбора оптимального объекта усложняется, во-первых, отсутствием формализованных количественных связей между объектами и характеризующими их признаками и, во-вторых, недостаточной объективной информацией о количественных исходных данных. Отсутствие количественных оценок признаков, влияющих на выбор варианта решения задачи, таких, например, как качество дороги и компактность проживания, приводит к необходимости в качестве оценки использовать относительные парные сравнения их ценностей. Использование относительных попарных оценок важностей признаков позволяет сравнивать между собой признаки, имеющие как неточные количественные, так и качественные характеристики. Относительные оценки важностей признаков отражают различные, иногда несравнимые качественные понятия. Например, сравнение значимости признаков удалённости от объекта и компактности проживания там сотрудников можно произвести только относительно поставленной цели задачи.

Ввиду того что количественные оценки признаков при решении целого ряда задач могут отсутствовать, предлагается в качестве исходной информации о признаках и объектах использовать субъективные оценки эксперта результатов попарных сравнений их ценностей. Проблема формализации качественных описаний признаков и объектов может быть решена путём введения понятия функции принадлежности элементов нечётким множествам [4].

В основе понятия нечёткого множества лежит представление о том, что элементы нечёткого множества, имеющие общие свойства, обладают этими свойствами в разной степени. Кроме того, элемент x может принадлежать одновременно нескольким множествам, но с разной степенью принадлежности. Степень принадлежности элемента x нечётному множеству С определяет значение функции принадлежности $\mu_c(x)$ из интервала [0;1].

Для иллюстрации понятия функции принадлежности рассмотрим следующий пример. Пусть требуется сравнить спортивный автомобиль и автобус, без четких количественных значений их признаков. Очевидно, что для класса спортивных автомобилей *«D»* наибольший приоритет будет иметь признак скорость *V*. Для класса автобусов *«A»* наиболее важным является признак количество посадочных мест *К*.

Если сравнить эти автомобили относительно нечеткого множества признака скорости (т.е. цель - наибольшая скорость), то спортивный автомобиль имеет большую степень принадлежности этому множеству, чем автобус, т.е. $\mu_v(D) \quad \mu_v(A)$.

Если сравнивать эти автомобили относительно нечеткого признака количество посадочных мест *К*, (т.е. цель - перевезти наибольшее количество людей), то автобус имеет большую степень принадлежности к этому множеству, чем спортивный автомобиль, т.е. $\mu_к(D) \quad \mu_к(A)$.

Таким образом, нечетко заданную информацию о признаках объектов можно выразить формально с помощью функции принадлежности объектов нечетким множествам этих признаков.

В задаче определения оптимального плана доставки наибольшего количества личного состава за минимальное время рассматриваются четыре признака. Каждый признак относительно поставленной цели имеет различную степень важности.

С помощью экспертной оценки парных сравнений важностей признаков относительно цели составляется матрица А:

$$A = \left\| \alpha_{ij} \right\|_{n \times n},$$

где $i, j = \overline{1, n}$.

Элемент матрицы $a_{ij} = \dfrac{\mu_W(\omega_i)}{\mu_W(\omega_j)}$ определяет, во сколько раз признак ω_i важнее или слабее признака ω_j относительно поставленной цели, например, «удалённость» объекта важнее «количества личного состава», проживающего там.

Шкала сравнений признаков содержит 9 качественных оценок парных сравнений от равной важности до абсолютного превосходства, определяемых с помощью цифр от 1 до 9 [2].

Из матрицы сравнения важностей признаков А по формуле :

$$\mu_W(\omega_i) = \frac{\sqrt[n]{\prod_{j=1}^{n} a_{ij}}}{\sum_{i=1}^{n}\sqrt[n]{\prod_{j=1}^{n} a_{ij}}}$$

определяются количественные значения функции принадлежности каждого признака $\mu_W(\omega_i)$, т.е. значения приоритетов признаков, которые образуют столбцовую матрицу $U = \|\mu_W(\omega_i)\|_{n\times 1}$.

Но обобщённая оценка важности объекта будет зависеть не только от степени важности описывающих его признаков, но и от преимущества, важности объекта перед другими объектами относительно каждого признака. Важно знать, как много каждого признака в данном объекте. Для этого проводятся экспертные оценки попарных сравнений степеней важности объектов относительно каждого признака.

Из элементов сравнения относительно каждого признака строится n матриц, по числу признаков, элементы которых выражают сравнительные оценки функций принадлежности объектов x нечетким множествам признаков ω_i:

$$B^{(i)} = \|b_{sq}^{(i)}\|_{m\times m},$$

где

$$b_{sq}^{(i)} = \frac{\mu_{wi}(x_s)}{\mu_{wi}(x_q)}, s,q = \overline{1,m}, \forall i = \overline{1,n} .$$

Компоненты собственных нормированных векторов n матриц $B^{(i)}$ определят матрицу E, матрицу количественных оценок важностей каждого j объекта относительно любого i признака:

$$E = \|\mu_{\omega_i}(x_j)\|_{m\times n},$$

где $i = \overline{1,n},\ j = \overline{1,m}$.

В работах Т. Саати [4,5] указывается, что градации при определении качественных различий немногочисленны, их приблизительно 5 с дополнительными компромиссными решениями, которые увеличивают число различий до 9.

Таблица 1 - Шкала оценок относительной важности

Интенсивность относительной важности	1	3	5	7	9
Определение сравнительных оценок важности	Равная степень важности	Незначительная степень важности	Существенное или сильное превосходство	Значительное превосходство *(X/* ЯВНО важнее *x,)*	Очень сильное (абсолютное) превосходство
Компромиссные решения	-	2	4	6	8

В многокритериальных задачах с нечетко описанными исходными данными результаты сравнений признаков объектов, производимых с помощью шкалы сравнений в соответствии с таблицей 1, выражают субъективное мнение экспертов. В силу этого согласованность матрицы $A = (a_{ij})_{n\times n}$, определяемая в виде условия для элементов матрицы $a_{ij} = a_{ik} \cdot a_{kj}$, будет нарушена, и значения компонент собственного вектора $\overline{U} = \{\mu_W(\omega_i)\}$, $i = \overline{1,n}$ будут определены приближенными числовыми значениями. Тогда и значения функции принадлежности признаков ω_i нечеткому множеству W, $\mu_W(\omega_i)$, будут выражать приближенные значения. Возникает проблема определения несогласованности оценок эксперта при нарушении условия $a_{ij} = a_{ik} \cdot a_{kj}$ и учета величины этой несогласованности при коррекции оценок. Для определения меры согласованности составленной экспертом матрицы $A = (a_{ij})_{n\times n}$ используется следующее свойство: если матрица A – согласованная, то наибольшее ее собственное значение λ равняется порядку матрицы n, а остальные значения λ равняются нулю.

Учитывая, что $\lambda_{\max}$ должно быть близким к n, для определения меры согласованности матрицы A, составленной экспертом, следует найти ее наибольшее собственное значение $\lambda_{\max}$ и сравнить $\lambda_{\max}$ с n – порядком матрицы $A = (a_{ij})_{n\times n}$.

Для получения $\lambda_{\max}$ следует просуммировать каждый столбец матрицы и умножить найденную сумму на соответствующую этому столбцу компоненту $\mu_W(\omega_j)$ собственного вектора $\overline{U} = \{\mu_W(\omega_i)\}$, полученные произведения сложить:

$$\lambda_{\max} = \sum_{j=1}^{n} \mu_W(\omega_j) \cdot \sum_{i=1}^{n} a_{ij} \,. \qquad (1)$$

В общем случае, имея матрицу субъективных относительных сравнений важностей признаков $A = (a_{ij})_{n\times n}$, можно получить лишь приближенные оценки важностей признаков ω_i, что отразится и на значениях $\lambda_{\max}$.

Однако для обратносимметричной матрицы A имеет место устойчивое решение собственных значений λ: при незначительных изменениях элементов матрицы A собственное значение λ также изменяется незначительно. Тогда из [6] следует, что при малых изменениях $a_{ij} = \dfrac{\mu_W(\omega_i)}{\mu_W(\omega_j)}$ наибольшее собственное значение $\lambda_{\max}$ остается близким к n, а остальные собственные значения будут близкими к нулю. Отсюда можно провести анализ согласованности матрицы $A = (a_{ij})_{n\times n}$ с помощью собственного значения $\lambda_{\max}$. Определяется отклонение $\lambda_{\max}$ от n, при этом за меру отклонения принимается величина:

$$\Delta = \lambda_{\max} - n, \qquad (2)$$

но так, как для обратносимметричной матрицы $\lambda_{\max} \geq n$, то $\Delta \geq 0$. В случае согласованной матрицы отклонение Δ равно нулю, $\Delta = 0$. Среднее отклонение матрицы A от согласованной матрицы, приходящееся на $(n-1)$ экспертных сравнений n объектов друг с другом, определяется по формуле:

$$\overline{\Delta} = \frac{\lambda_{\max} - n}{n-1}\,, \qquad (3)$$

где $\overline{\Delta}$ – индекс согласованности, или среднее отклонение матрицы A от согласованной матрицы.

Это среднее отклонение сравнивается с величиной, которая получилась бы при случайном выборе количественных суждений из шкалы 1/9, 1/8,…, 1, 2, …, 9. Среднее отклонение согласованности $\overline{\Delta}$, сгенерированной случайным образом по шкале от 1 до 9 обратносимметричной матрицы с соответствующими обратными величинами элементов, называется случайным индексом. Вычисления были проведены для 500 случайных выборок в матрицах порядка 15×15. В таблице 2 представлены порядок матрицы и средние значения случайных индексов (*СИ*).

Таблица 2 - Средние значения СИ

Порядок матрицы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Случайный индекс	0	0	0,58	0,9	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49	1,51	1,48	1,56	1,57	1,59

Если разделить среднее отклонение матрицы $\overline{\Delta}$ на число, соответствующее случайному индексу матрицы того же порядка, получается величина, называемая отношением согласованности (*ОС*):

$$ОС = \frac{\overline{\Delta}}{СИ}. \qquad (4)$$

Величина *ОС* должна составлять не более 10%, чтобы быть приемлемой, то есть в этом случае составленная экспертом матрица была близка к согласованной. Если окажется, что $ОС > 10\%$, тогда эксперту предлагается пересмотреть свои относительные оценки a_{ij} или следует применить предложенный в данной работе способ коррекции оценок важности признаков методом итерации. В этом случае для каждой i строки вычисляются суммы квадратов отклонений экспертной оценки a_{ij} от теоретически полученной $\frac{\mu_W(\omega_i)}{\mu_W(\omega_j)}$, то есть:

$$S_i = \sum_{j=1}^{n}\left(a_{ij} - \frac{\mu_W(\omega_i)}{\mu_W(\omega_j)}\right)^2, \qquad (5)$$

где $i = \overline{1,n}$.

В i - строке с максимальным значением S_i, при $i = \text{const}$, экспертные оценки a_{ij} заменяются отношением найденных компонент собственного вектора $\overline{U} = (\mu_W(\omega_i))$, то есть $a^*_{ij} = \frac{\mu_W(\omega_i)}{\mu_W(\omega_j)}$, $\forall i = \overline{1,n}$. Тогда для обеспечения непротиворечивости признаков следует изменить оценки в соответствующем j - столбце, учитывая, что $\forall j$: $a^*_{ij} = \frac{1}{a^*_{ji}}$, при $j = \text{const}$, $\forall i = \overline{1,n}$. Для полученной матрицы $A^* = (a^*_{ij})_{n\times n}$ с новыми элементами в i строке и j столбце вычисляется собственный вектор $\overline{U}^* = (\mu^*_W(\omega_i))$, наибольшее собственное значение $\lambda_{\max}$ и отношение согласованности. Если окажется, что для матрицы A^* значение $ОС > 10\%$, то описанный процесс коррекции повторяется до тех пор, пока не будет получено значение $ОС \le 10\%$.

Взаимосвязь объекта и признаков осуществляется эвристически с помощью парных сравнений экспертных оценок степеней важности объектов относительно каждого признака в виде: $b^{(i)}_{pq} = \frac{\mu_{\omega_i}(x_p)}{\mu_{\omega_j}(x_q)}$. 4

Таким образом, в случае нечеткой исходной информации обобщенная оценка важности объекта будет определяться значением его функции принадлежности к множеству допустимых значений: $\mu_D(x_i)$.

Эта оценка отражает степень важности объекта по сравнению с другими объектами относительно каждого признака и учитывает при этом степень важности признака по сравнению с другими признаками относительно цели задачи.

Совместное требование этих двух условий к обобщенной оценке важности объекта выполняется с помощью операции пересечения функций принадлежности, что алгебраически выражается в виде произведения этих функций принадлежностей. В результате обобщенная оценка представлена в виде:

$$\mu_D(x) = \sum_{i=1}^{n}\mu_{\omega_i}(x_j)\cdot\mu_W(\omega_i), \forall j = \overline{1,m}.$$

Для каждого объекта количественное значение обобщенной оценки получается в результате умножения «слева» матрицы U, элементами которой являются значения функций принадлежности признаков, на матрицу E, элементы которой есть значения функций принадлежности объектов нечетким множествам признаков:

$$F = \left\|\mu_{\omega_i}(x_j)\right\|_{m\times n}\cdot\left\|\mu_W(\omega_i)\right\|_{n\times 1} = \left\|\mu_D(x_j)\right\|_{m\times 1}, \forall j = \overline{1,m}.$$

Наибольшее значение элемента матрицы F, соответствующее наибольшей степени принадлежности объекта x_j нечеткому множеству допустимых решений D, и определит оптимальное решение (объект) относительно поставленной цели задачи.

При решении некоторых практических задач требуется учитывать время изменения i признака у каждого j объекта. В задаче оптимизации доставки личного состава по сигналу тревоги может периодически изменяться количественное значение признака «число сотрудников, проживающих в данном квадрате», например, в связи с уходом большего числа сотрудников в отпуск в летний период [3,с.24].

Другой пример: для прокладки трубопровода используются трубы, изготовленные из m различных марок стали. На долговечность труб влияют различные признаки, которые могут изменяться со временем:

- толщина стенок трубы;
- химический состав металла;
- химический состав почвы (увлажненность) и т.д.

Зависимость признака от времени при определении степени принадлежности j объекта нечёткому множеству i признака предлагается учитывать следующим образом.

Для определения изменившихся со временем значений функций принадлежности объекта нечёткому множеству каждого признака ω_i из полученной матрицы E для каждого признака составляется m матриц , размером 1 × n, по числу объектов , и m диагональных матриц T $^{(j)}$, размером n × n, элементы которых равны значениям «времени изменения» i признака для j объекта.

В результате умножения справа матрицы на матрицу T $^{(j)}$ получаем матрицу , элементы которой равны значениям функции принадлежности объекта нечётким множествам признаков с учётом изменения их со временем:

$$= \quad = \mu_{\omega_i}$$

$$= \quad ,$$

Частный случай: при постоянном значении i признака у j объекта = 1.

Элементы матриц , $j=$ образуют матрицу =

Обобщённые оценки объектов с учётом времени изменения значения каждого признака получаем в результате умножения «слева» матрицы значений функции принадлежности признаков U на матрицу E_t:

$$= \mu_{\omega_i}$$

Обобщённая оценка элемента в нечётком множестве D с учётом временного изменения признаков имеет вид :

$$= \quad .$$

Использование диагональной матрицы коэффициентов $T^{(j)}$ позволит учитывать временные, периодические изменения значений функций принадлежности объекта нечётким множествам признаков , не привлекая эксперта для пересмотра оценок попарных сравнений объектов относительно каждого признака , не изменяя элементы матриц и не пересчитывая значения $\mu_{\omega_i}(x_j)$.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Дровянников В.И., Хаймович И.Н. Методы принятия оптимальных решений в управлении экономическими системами. Самара: НОУ ВПО «Международный институт рынка», 2012. – С.236.

2. Дровянников В.И., Хаймович И.Н. Экономико-математические методы принятия управленческих решений: практикум: учебное пособие. Самара: АНО «Изд-во СНЦ РАН», 2013.–166 С.
3. V.M. Ramzaev, I.N.Khaimovich, and P.V.Chumak. Models for forecasting the competitive growth of enterprises due to energy modernization//Studies on Russian Economic Development, 2015, Vol.26.No.1,pp 49-54.
4. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий. М.: Радио и связь, 1993. 315 с.
5. Саати Т., Кернс К. Аналитическое планирование. М.: Радио и связь, 1991. 224 с.
6. Гревцев О.И. Математические методы оптимизации управления действиями правоохранительных органов в экстремальных ситуациях: Монография. Самара: СЮИ ФСИН России, 2007.-120 с.

METHOD OPMETOD OPTIMIZATION SOLUTIONS FOR MANAGEMENT IN THE PROTECTION OF OBJECTS IN THE EVENT OF REFERENCE DATA

© 2016 Grevtsev O.I.

International Market Institute , Samara, Russia

The article deals with the specifics of the problems of decision-making in problems with many criteria, which is linked to the possible presence of a number of conflicting goals and dominant variant solutions may not exist, which would be better than the others on all grounds. For example, one of the urgent tasks that require the selection of optimal solutions from a variety of options, is the task of drawing up an optimal plan direction-tion vehicles in the areas of staff accommodation delivery personnel at a collection point for the alarm, which is discussed in detail in the study. The article presents a new method for solving this problem.

Keywords: optimization method, task management, unclear initial data, transport logistics.